第44講　LC振動回路

1

以下の文章を読んで，各問に答えよ。

図１の回路で，スイッチｂを開いたままスイッチａを閉じて起電力 E [V] の直流電源で電気容量 C [F] のコンデンサーに充電し，十分に時間が経過した後にスイッチａを開いた。

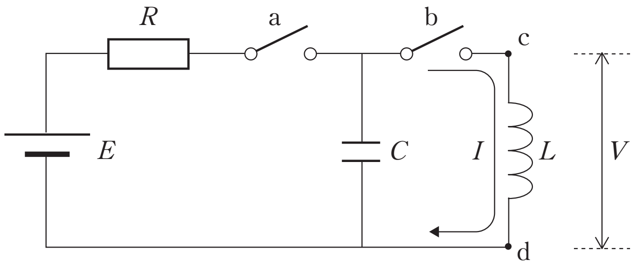


図１

⑴　コンデンサーに蓄えられたエネルギー [J] はいくらか。

次に，スイッチａを開いたままスイッチｂを閉じて，コンデンサーと自己インダクタンス L [H] のコイルを接続した。このとき，コイルに流れる電流 I [A] とコイルの両端の電圧 V [V] は時間の経過にしたがって振動的に変化する。

⑵　コイルに流れる電流の最大値 I_0 [A] を求めよ。

⑶　スイッチｂを閉じた瞬間を時刻 $t=0$ s とし，それ以降の I と V のそれぞれの波形を図２の解答群㈠〜㈹から選択せよ。ただし，I は図１に示す向きを正，V は点ｃの電位が点ｄの電位より高い場合を正とする。また，導線およびコイルの抵抗はないものとする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

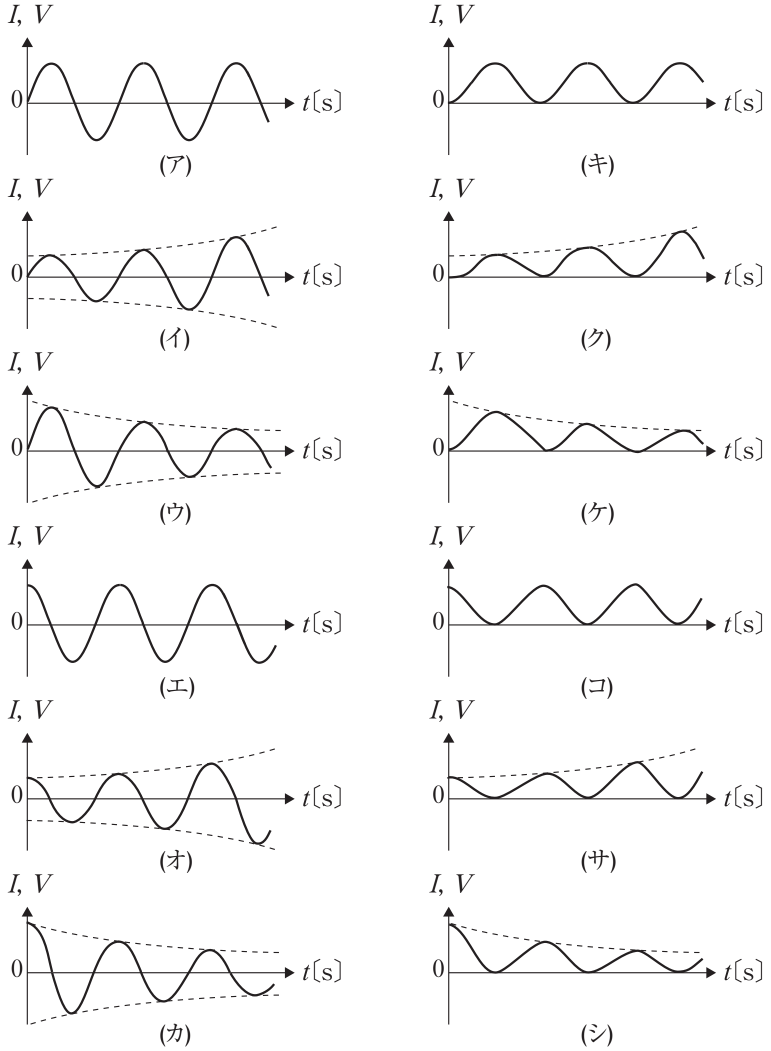


図２

⑷　⑶の振動の周波数［Hz］を求めよ。

このとき，実際には導線やコイルにはわずかながら抵抗が存在するために，最初にコンデンサーに蓄えられたエネルギーは，電流が回路を通過するたびにジュール熱に変わり，回路内の電場と磁場のエネルギーの和は次第に減少する。

⑸　導線やコイルの抵抗を考慮した場合，コイルに流れる電流 I とコイルの両端の電圧 V のそれぞれの時間経過の波形を図２の解答群(ア)〜(シ)から選択せよ。ただし，I と V の正の向きは⑶と同じとする。また，スイッチｂを閉じた瞬間を時刻 $t=0$ s とする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図１に示すように，起電力 E [V] の電池，二つのスイッチ S_1，S_2，コンデンサー C_1 [F] および自己インダクタンスが L [H] のコイルからなる電気回路がある。この回路に関して次の(1)に答えよ。

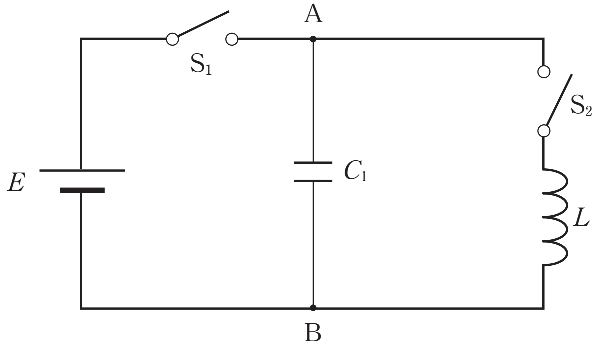


図１

(1)　S_1 を閉じ，かつ S_2 を開いた状態で十分時間が経過したのち S_1 を開いた。次に，S_2 を閉じたところ，コイルの両端の電圧は振動しはじめた。このときの周波数 f_1 [Hz] を，C_1 および L を用いて表せ。

電気容量が未知であるコンデンサー C_2 [F] がある。その電気容量を測定するために，図１の回路に C_2 を接続して図２に示す電気回路にした。図２の回路に関して次の(2)から(4)に答えよ。ただし，C_1 および C_2 には，初め電荷が蓄えられていなかったものとする。

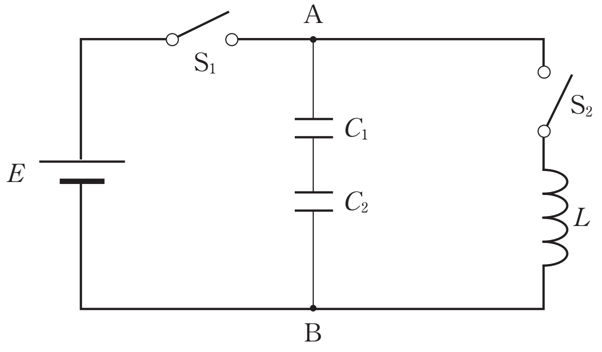


図２

(2)　二つのスイッチがいずれも開いているときの点 A，B 間の電気容量 C_a [F] を，C_1 および C_2 を用いて表せ。

(3)　S_1 を閉じ，かつ S_2 を開いた状態で十分時間が経過したのち S_1 を開いた。次に，S_2 を閉じたところ，コイルの両端の電圧は(1)の周波数 f_1 より高い周波数 f_2 [Hz] で振動しはじめた。f_2 を，C_1，C_2 および L を用いて表せ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(4)　(3)の周波数 f_2 は，(1)の周波数 f_1 の2倍であった。このときの C_2 の値を求めよ。ただし，$C_1=12\,\mu\mathrm{F}$ とする。

電気容量が未知であるコンデンサー C_3 [F] がある。その電気容量を測定するために，図2の回路に C_3 を接続して図3に示す電気回路にした。図3の回路に関して次の(5)および(6)に答えよ。ただし，C_1，C_2 および C_3 には，初め電荷が蓄えられていなかったものとする。

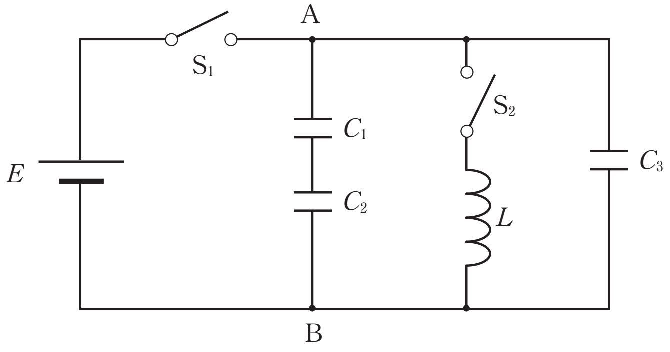


図3

(5)　二つのスイッチがいずれも開いているときの点A，B間の電気容量 C_b [F] を，C_1，C_2 および C_3 を用いて表せ。

(6)　S_1 を閉じ，かつ S_2 を開いた状態で十分時間が経過したのち S_1 を開いた。次に S_2 を閉じたところ，コイルの両端の電圧は(1)の周波数 f_1 と同じ周波数で振動しはじめた。このときの C_3 の値を求めよ。ただし，$C_1=12\,\mu\mathrm{F}$ とし，C_2 については(4)で求めた値を用いよ。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

図1でEは起電力E［V］の電池，R_1，R_2はそれぞれR_1［Ω］，R_2［Ω］の抵抗，Lは自己インダクタンスLのコイル，Cは電気容量C［F］のコンデンサー，S_1，S_2，S_3はスイッチである。以下の設問に答えよ。ただし，電池およびコイル内の内部抵抗は無視できる。また，電流は図1の矢印の方向を正，ab間の電圧はa側が高電位の時を正とする。

Ⅰ　最初すべてのスイッチは開いており，またコンデンサーは帯電していない。S_1を閉じて十分に時間が経過するとコイルLに流れる電流が一定となった。コイルLに流れる電流，および蓄えられるエネルギーはいくらか。

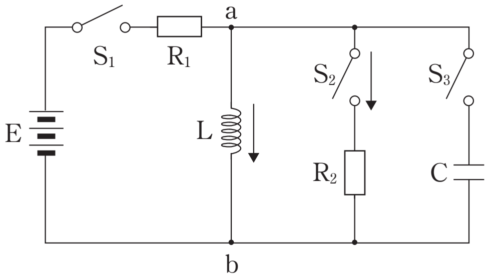


図1

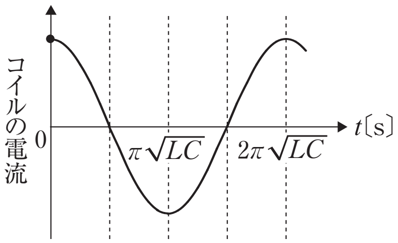


図2

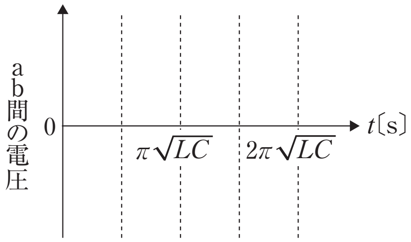


図3

Ⅱ　Ⅰの状態でスイッチS_2を閉じた。

(1)　スイッチS_2に流れる電流はいくらか。

(2)　その後，スイッチS_1を開いた。その直後のスイッチS_2に流れる電流，ab間の電圧，および抵抗R_2で消費される電力はいくらか。

(3)　その後コイルLを流れる電流は減少する。減少の速さはR_2の大小によってどう変わるか。理由とともに記せ

Ⅲ　Ⅱでは，Ⅰの状態でスイッチS_2を閉じた場合の現象を考えた。ここでは，Ⅱと異なり，Ⅰの状態でスイッチS_2のかわりにスイッチS_3を閉じた。

(1)　その後，スイッチS_1を開くとコイルLに流れる電流は図2のように正弦波的に振動した。周期は$2\pi\sqrt{LC}$［s］であった。図3の座標を写し，その上にab間の電圧の時間変化の様子を描け。ただし，スイッチS_1を開いてからの時間をt［s］とする。

(2)　コイルLの電流が0［A］となった瞬間に，スイッチS_3を開いた。コンデンサーCに蓄えられる電荷はいくらか。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第44講　確認テスト

起電力 E [V] の電池，抵抗値 R [Ω] の抵抗，自己インダクタンス L [H] のコイル，電気容量 C [F] のコンデンサー，スイッチ S_1，S_2 が図1のように接続されている。電池の内部抵抗およびコイルの抵抗は無視できる。最初，すべてのスイッチは開いており，コンデンサーは帯電していない。以下の［　　］に適切な答えを解答群の中から一つ選びなさい。

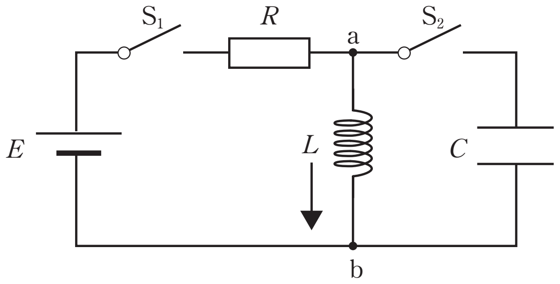


図1

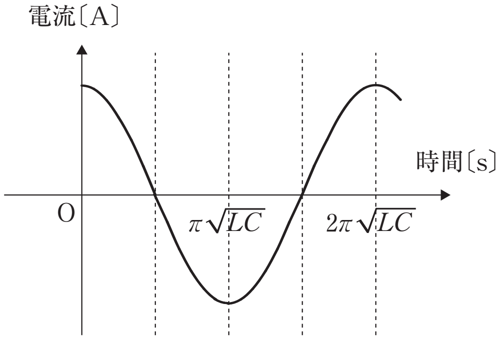


図2

(1)

最初の状態からスイッチ S_1 を閉じて十分に時間が経過するとコイルに流れる電流が一定になった。この時，ab 間の電圧は［①］[V] であり，抵抗を流れる電流は［②］[A] であり，コイルに蓄えられるエネルギーは［③］[J] である。

［①］の解答群：

ア）E　　イ）0　　ウ）$R+L$　　エ）$R+L+C$

オ）$R+L+\dfrac{1}{C}$

［②］の解答群：

ア）ER　　イ）$\dfrac{R}{E}$　　ウ）$\dfrac{E}{R}$　　エ）$\dfrac{E}{R+L}$

オ）$\dfrac{R+L}{E}$

［③］の解答群：

ア）$\dfrac{1}{2}\dfrac{LE}{R}$　　イ）$\dfrac{1}{2}\dfrac{R}{LE}$　　ウ）$\dfrac{1}{2}L\left(\dfrac{E}{R}\right)^2$　　エ）$\dfrac{1}{2}L\left(\dfrac{R}{E}\right)^2$

オ）$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{LE}{R}\right)^2$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)

(1)の状態でスイッチ S_2 を閉じた。その後，スイッチ S_1 を開くと，コイルを流れる電流は図２のように振動した。この振動の周波数は ④ [Hz] であり，最大振幅は ⑤ [A] であるので，コイルを流れる電流は ⑥ [A] である。なお，スイッチ S_1 を開いてからの時間を t [s] とする。

この後，コイルを流れる電流が 0 A になった瞬間にスイッチ S_2 を開いた。コンデンサーに蓄えられる電荷は ⑦ [C] である。

④ の解答群：

ア）$2\pi\sqrt{LC}$　イ）$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{LC}$　ウ）$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$　エ）$\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

オ）$\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

⑤ の解答群：

ア）$\dfrac{R}{2E}$　イ）$\dfrac{2R}{E}$　ウ）$\dfrac{2E}{R}$　エ）$\dfrac{E}{R}$

オ）$\dfrac{R}{E}$

⑥ の解答群：

ア）$\dfrac{2E}{R}\sin\sqrt{LC}\,t$　イ）$\dfrac{E}{2R}\cos\sqrt{LC}\,t$

ウ）$\dfrac{R}{E}\cos\sqrt{LC}\,t$　エ）$\dfrac{R}{E}\sin\dfrac{1}{\sqrt{LC}}t$

オ）$\dfrac{E}{R}\cos\dfrac{1}{\sqrt{LC}}t$

⑦ の解答群：

ア）$\dfrac{E}{R}\sqrt{LC}$　イ）$\dfrac{R}{E}\sqrt{LC}$　ウ）$\dfrac{E}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$　エ）$\dfrac{E}{R}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

オ）$\dfrac{R}{E}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第44講　解答

1

(1) $\dfrac{1}{2}CE^2$

(2) $E\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

(3) I (ア), V (エ)

(4) $\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

(5) I (ウ), V (カ)

2

(1) $\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}$ [Hz]

(2) $\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$ [F]

(3) $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{C_1+C_2}{C_1C_2L}}$ [Hz]

(4) 4.0 [μF]

(5) $\dfrac{C_1C_2+C_2C_3+C_3C_1}{C_1+C_2}$ [F]

(6) 9.0 [μF]

3

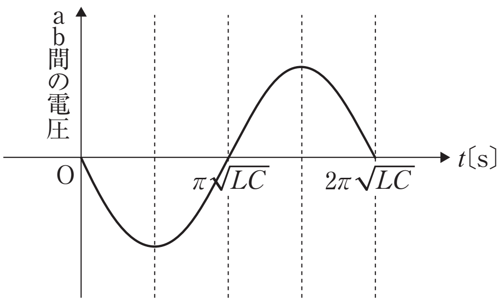
Ⅰ　電流 $\dfrac{E}{R_1}$　　エネルギー $\dfrac{1}{2}L\left(\dfrac{E}{R_1}\right)^2$

Ⅱ　(1) 0　　(2) 電流 $-\dfrac{E}{R_1}$，電圧 $-\dfrac{R_2}{R_1}E$，電力 $\left(\dfrac{E}{R_1}\right)^2R_2$

(3) R_2 が大きい方が速い

(理由) R_2 が大きいほど，消費電力が大きい，すなわち，コイルにたくわえられていたエネルギーの減少が大きいから。

Ⅲ　(1)



(2) $\dfrac{E}{R_1}\sqrt{LC}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第44講　確認テスト

【解答】

(1)　①　イ　②　ウ　③　ウ

(2)　④　オ　⑤　エ　⑥　オ　⑦　ア

【解説】

(1)　定常状態では，コイルはただの導線とみなせる!!　よって，

ab間の電圧は　$\mathbf{0}$＿①

抵抗を流れる電流は　$\boldsymbol{\dfrac{E}{R}}$＿②

コイルのエネルギーは　$\boldsymbol{\dfrac{1}{2}L\left(\dfrac{E}{R}\right)^2}$＿③

(2)　スイッチを切り替えると，電気振動が始まる。周波数は

$$f=\boldsymbol{\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$＿④

また，電流の最大振幅は，スイッチを切り替えた直後にコイルを流れる電流の大きさに等しく，$\boldsymbol{\dfrac{E}{R}}$＿⑤ となる。

よって，電流の大きさは

$$I=\frac{E}{R}\cos\omega t=\boldsymbol{\frac{E}{R}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)}$$＿⑥

となる。

また，エネルギー保存則より，コイルの電流が0となった瞬間の，コンデンサーが蓄えている電荷 Q は

$$\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R}\right)^2=\frac{Q^2}{2C}$$

$$\therefore\quad Q=\boldsymbol{\frac{E}{R}\sqrt{LC}}$$＿⑦

となり，これが電荷の振動の振幅となる。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。